構造的に安定なバックラッシを含む有限時間整定系の設計

前　田　勝　彦

岡山理科大学情報処理センター

（1994年9月30日　受理）

1．始　め　に

制御系の中に歯車の様なバックラッシで表わされる非線形要素が含まれる時に，そのバックラッシを歯数比をゲインとする線形要素と，そのゲインの大きさで決まる有界な外乱とに分解する事ができる。S. Oldak, et al. (1994)

バックラッシを含まない多変数線形有限時間整定フィードバック系を，マイコン等で構成し，目標値とその時に計算された出力との差を作って，バックラッシを含んだ系の制御装置の入力を作り，オープンループ系を作った。前田（1993）

今回はバックラッシを含む制御系を閉ループとして，フィードバック系を作る。その際目標値と制御対象の出力との誤差を制御装置への入力とする。

その時に2つの歯車の歯数比を変える事によって，ゲインを小さくして外乱の振幅を小さくし，又制御対象の極配置により，制御対象の極を安定化し，極の絶対値を大きくする事により，外乱の出力に及ぼす影響が小さくなる様設計する。市川（1984）

又バックラッシゲインは必ずしも一定値ではなく，時間と共に僅かに変動するものとする。

即ち制対象の同定誤差，歯車のゲインの変動，いいかえれば，外乱の振幅の変動にも拘らずに，出力が目標値に整定できる事になる。LJ.T. Grujic, et al. (1987)

その様に設計した結果を計算機でシミュレーションして，数値計算で1つの例について確める。

2．多変数非線形系の構造的に安定な設計

多変数線形有限時間整定系については，既に設計が終っている。前田（1989）

所が歯車の様なバックラッシを含む非線形要素を，制御対象の入力として含む様な，閉ループ系をそのまま構成すると，出力は目標値のまわりに振動する。所が図2の如く歯車のバックラッシは2つの歯車の歯数比をゲインとする線形要素と，そのゲインの上限値を有界な値とする外乱とに分解できる。S. Oldak, et al. (1994)

従ってゲインを小さくすると，外乱の振幅も小さくなって，出力に及ぼす影響も小さくなる事が考えられる。更に極配置によって，制御対象を安定化し，極の絶対値を大きくす

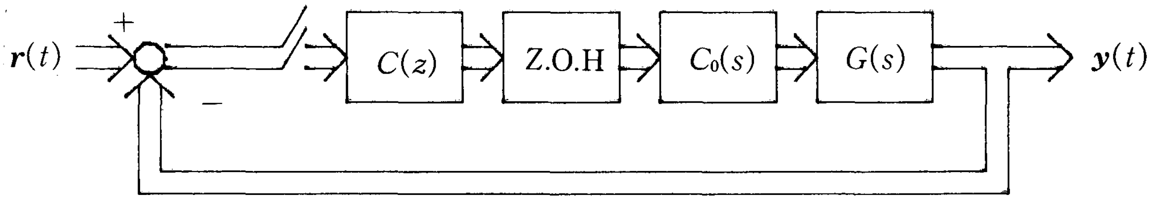

図1　有限時間整定系

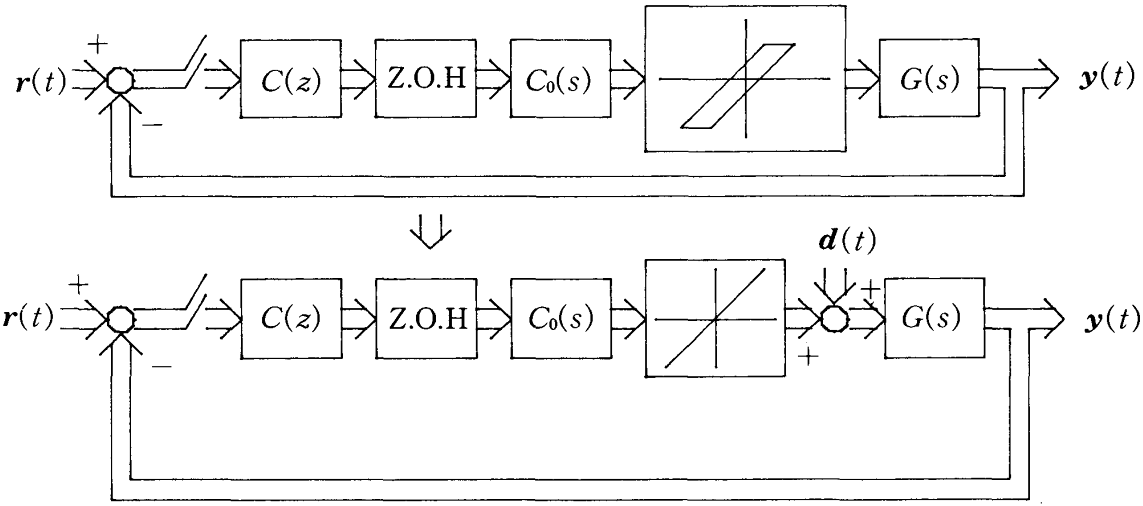

図2　バックラッシを含む制御系と等価回路

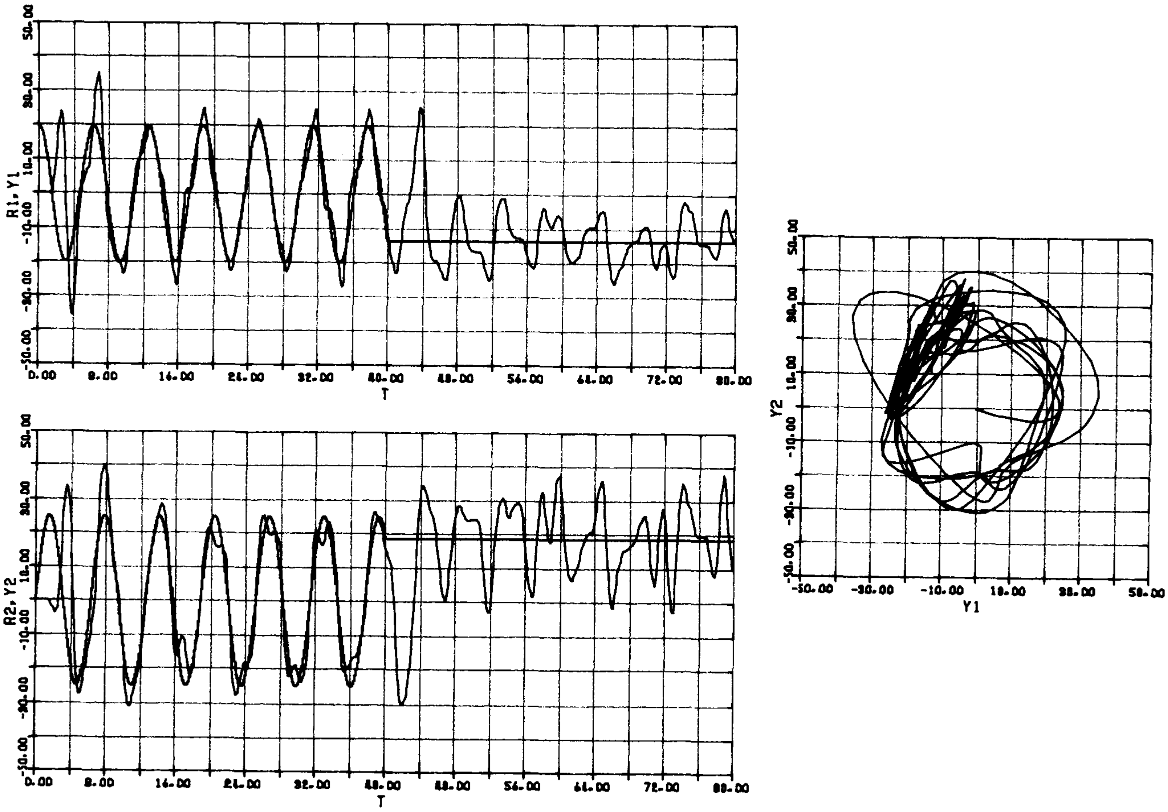

図3　バックラッシを含むフィードバック応答非線形要素のゲイン1.0

る事によって外乱の出力への影響を軽減できる。前田（1993）

即ちオープンループ系では，名乱の出力への影響は，

$$|\lim_{t\to\infty} \mathfrak{L}^{-1}[G(s)d(s)]| \leqq \varepsilon$$

でおさえられる。ここに $d(s)$ は外乱，$G(s)$ は制御対象のそれぞれのラプラス変換である。

閉ループ系では，外乱の出力への拡張 z 変換 $Y_d(z, m)$ は，$0 \leqq m < 1$ とするとき，

$$\begin{aligned} Y_d(z, m) &= (I + HG(z)\cdot C(z))^{-1} \mathfrak{Z}_m(G(s)\cdot d(s)) \\ &= D_C(z)\cdot D_T(z)\, \mathfrak{Z}_m(G(s)\cdot d(s)) \end{aligned}$$

となる。ここで制御対象を含むパルス伝達関数は，

$$\begin{aligned} HG(z) &= \mathfrak{Z}_m\left[G(s)\cdot kI\cdot C_0(s)\cdot \frac{1-e^{-Ts}}{s} I\right] \\ &= D_T^{-1}(z) N_T(z) \end{aligned}$$

で，k はバックラッシのゲイン，$C_0(s)$ は内部モデル原理を満たす様に設けられた補償装置である。$D_T(z)$，$N_T(z)$ は各々多項式行列である。

一方補償装置は，

$$C(z) = N_C(z) D_C^{-1}(z)$$

で，

$$D_T(z)D_C(z) + N_T(z)N_C(z) = I, \quad D_C(1) = 0$$

により設定される。$N_C(z)$，$D_C(z)$ もやはり z^{-1} の多項式行列である。

もし制御対象，制御装置のパラメータに誤差がなければ，外乱の出力に及ぼす影響は，

$$|\lim_{t\to\infty} \boldsymbol{y}_d(t)| = |\lim_{t\to\infty} \mathfrak{Z}_m^{-1}[D_C(z)\cdot D_T(z)\, \mathfrak{Z}_m(G(s)\cdot d(s))]| \leqq M$$

でおさえられる。

上限値 M は $D_C(z)$，$D_T(z)$ の係数により決まる。公称値と真値との誤差が僅かであれば，外乱の出力への影響 $\boldsymbol{y}_d(t)$ は，ほぼ上式でおさえられる事になる。Cook, P.A.（1980）

バックラッシのゲイン k が変動する時は，外乱の大きさの上限が時間の関数 $k(t)$ でおさえられている限り，その上限値が小さければ，出力に殆ど影響を及ぼさない。非線形要素の構造安定性が言えた事になる。

3．例　　題

目標値 $\boldsymbol{r}(t)$ は $0 \leqq t \leqq 40$ で，

$$\begin{pmatrix} 20.0 & \cos t \\ 25.0 & \sin t \end{pmatrix}$$

$40 \leqq t \leqq 80$ で，

$$\begin{pmatrix} 20.0 & \cos 40.0 \\ 25.0 & \sin 40.0 \end{pmatrix}$$

制御対象の真値は，

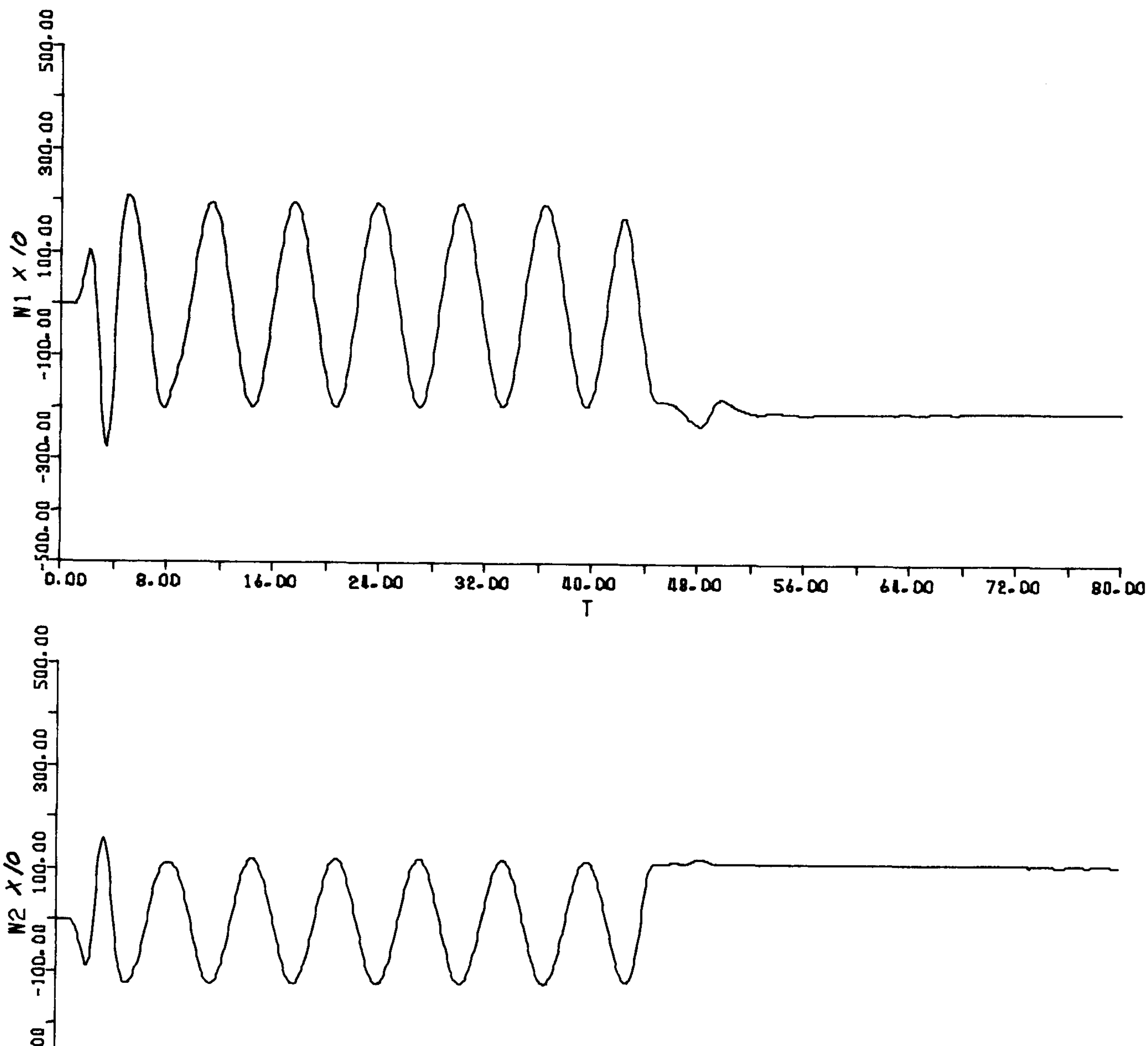

図4　バックラッシへの2つの入力

$$G(s)=\begin{pmatrix} \dfrac{10.0}{s-5.0} & \dfrac{25.0}{s-4.0} \\ \dfrac{20.0}{s-3.0} & \dfrac{15.0}{s-2.0} \end{pmatrix}$$

同定された $G_N(s)$ は僅かに誤差を含んで,

$$G_N(s)=\begin{pmatrix} \dfrac{10.01}{s-5.005} & \dfrac{25.01}{s-4.005} \\ \dfrac{20.01}{s-3.005} & \dfrac{15.01}{s-2.005} \end{pmatrix}$$

バックラッシのゲインは,

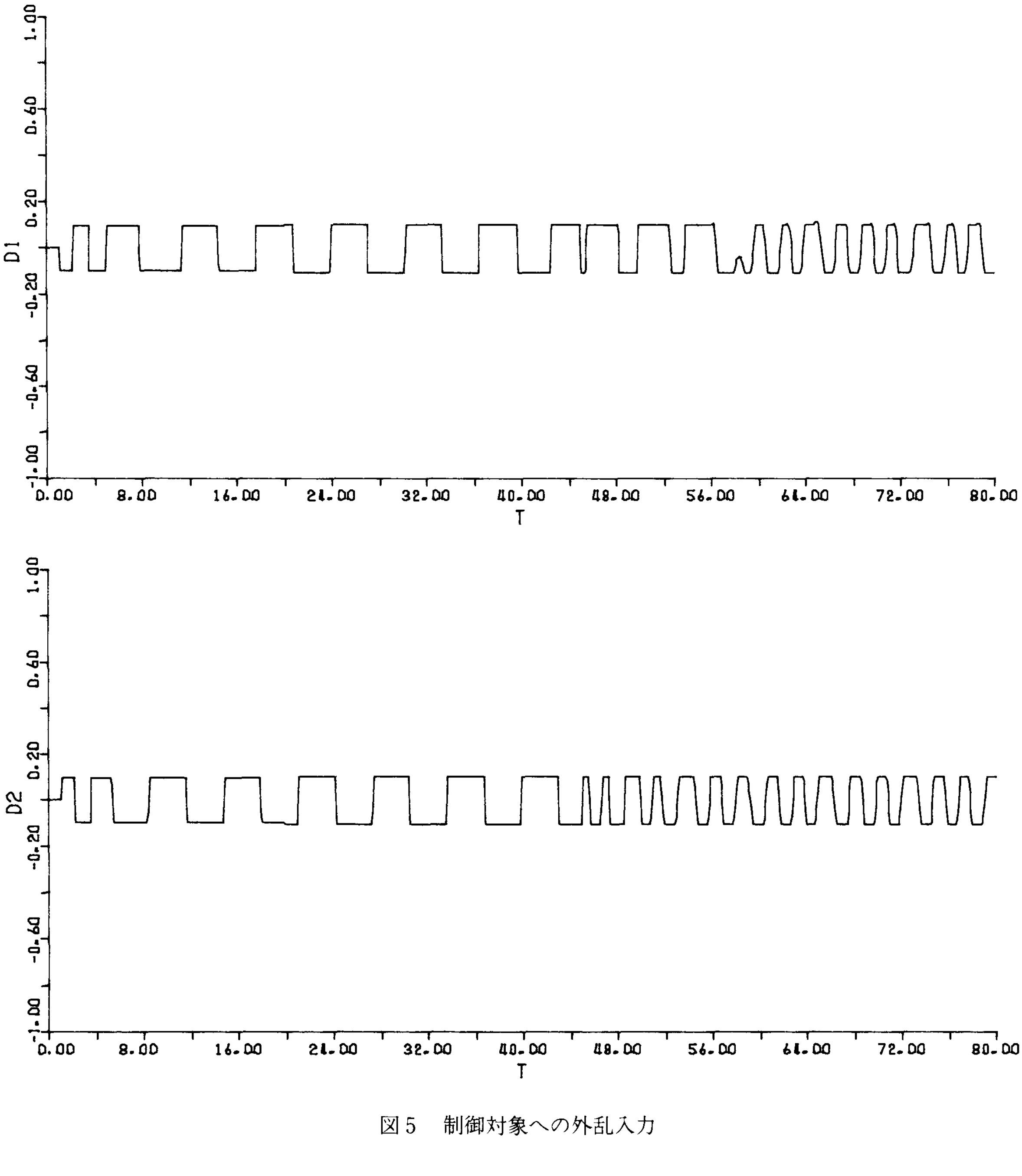

図5　制御対象への外乱入力

$$k(t) = 0.1 + 0.0008\,t$$

制御装置の設計には，$k = 0.1$ を用いる。サンプル時間間隔 $T = 1.0$。内部モデル原理による補償装置は，

$$C_0(s) = \frac{1.0}{s^2 + 1.0} I$$

制御御象の極配置により，$G(s)$ は分子は不変のまま $G_p(s)$ に変わる。

$$G_p(s) = \begin{pmatrix} (s+25.0)(s+20.0) & 0 \\ 0 & (s+15.0)(s+10.0) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 10.01(s-4.005) & 25.01(s-5.005) \\ 20.01(s-2.005) & 15.01(s-3.005) \end{pmatrix}$$

パルス伝達関数は，

$$HG(z) = \mathfrak{Z}_m\left(G_p(s) \cdot 0.1I \cdot C_0(s) \cdot \frac{1-e^{-Ts}}{s} I \right)$$

から制御装置 $C(z)$ を設計する。

バックラッシを含まない線形系では，補償装置 $C_0(s)$ の出力 $\boldsymbol{w}(t)$ の拡張 z 変換は，

$$C_0(z, m) = \mathfrak{Z}_m\left(C_0(s) \cdot \frac{1-e^{-Ts}}{s} I \right)$$

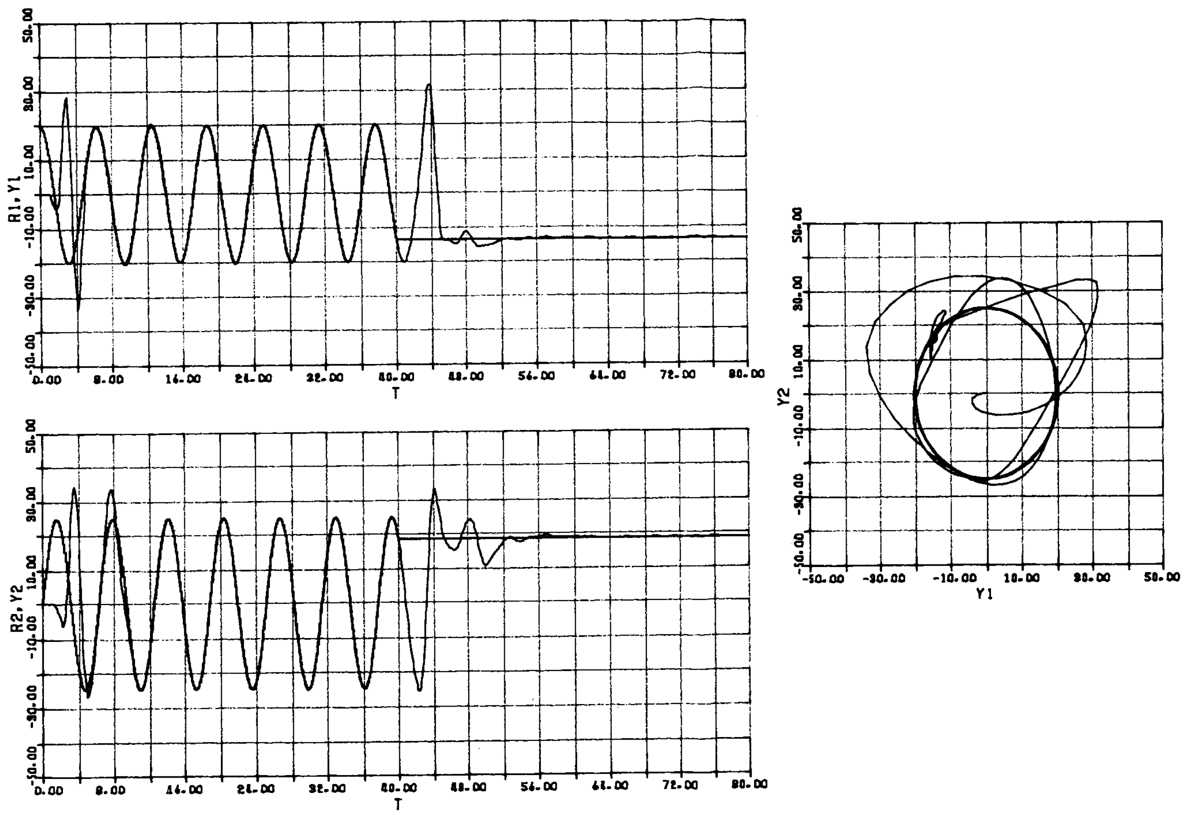

図 6　閉ループ系の 2 つの応答と目標値

とするとき，

$$W(z, m)=C_0(z, m)C(z)(I+HG(z)C(z))^{-1}R(z)$$

である為，$W(z, m)$ の 0 以外の極は $R(z)$ だけだから目標値が周期 T の周期運動をする時は，定常状態では $\boldsymbol{w}(t)$ はやはり周期 T の周期運動をし，目標値 $\boldsymbol{r}(t)$ が一定値の時は $\boldsymbol{w}(t)$ も一定値となる。

しかしバックラッシが入ってくると，制御対象に外乱入力が加わる為に，補償装置の出力，或は，バックラッシの入力は，線形の場合と比べて僅かにずれる。

4．結　び

バックラッシを含む多変数非線形サンプル値系に対して，閉ループ系を構成し，構造的に安定な有限時間整定型を設計した。バックラッシはゲインの線形要素と外乱とに分解できるので，ゲインを小さくし，制御対象の極配置により，極の絶対値を大きく安定化する事により，外乱の影響を軽減化した。

制御対象の同定誤差，バックラッシの変動が何れも僅かであれば，目標値と出力との誤差は僅かである事，即ち構造的に安定である事がいえた事になる。

参考文献

1) S. Oldak, C. Baril and P.O. Gutman : Quantitative design of a class of nonlinear systems with parameter uncertainty. Int. J. of Robust and Nonlinear Control, 4, 101-117 (1994).
2) 前田勝彦：構造的に安定な非線形有限時間整定系の設計．岡山理科大学紀要，29-A，233-241 (1993).
3) 市川邦彦：制御理論．学献社 (1984).
4) LJ.T. Grujic and DJ. Petkovski : On robustness of Lurie systems with multiple non-linearities. Automatica, 23, 3, 327-334 (1987).
5) 前田勝彦：構造的に安定で，不確定外乱を除去し，制御入力への無駄時間を含む多変数有限整定時間系の設計．岡山理科大学紀要，25-A，249-272 (1989).
6) P.A. Cook : On the behaviour of dynamical systems subject to bounded disturbances. Int. J. Systems Sci., 11, 2, 159-170 (1980).

The Design of Structually Stable Finite Settling Time Control System with Backlash

Katsuhiko MAEDA
Information Processing Center,
Okayama University of Science,
Ridai-cho 1-1, Okayama 700, Japan
(Received September 30, 1994)

The linear finite settling time control system was designed previously. Next the nonlinear feedback system with backlash is designed. Backlash, being included in gear, is decomposed into gain (gear ratio) and bouned disturbance. It is one methed to remove the influence of bounded disturbance to make its amplitude of bounded one small. Another method is to make the absolute value of poles of plant large by pole allocation.

And when the gain of backlash varies as deterioration as time goes on, it is possible to prove to be structually stable. The closed loop is organized and the outputs of plant converge to reference inputs, except small error. If the controller of the closed system is designed by model and the gain of backlash, it is possible to design to be structually stable in spite of the error of off line identification, and the disturbances as long as they are small.